

Les élèves doivent traiter les cinq exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des
raisonnements entreront pour une part importante dans
l'appréciation des copies

L'usage d'une calculatrice est autorisée

La page n° 4 est à rendre avec les copies

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1 à 4

- Coefficient 3

Durée de l'épreuve : - 3 heures

Section : Sciences techniques

Niveau : 4^{ème} Année

Matière : Mathématiques

16 Mai 2011

➤ Hguench mabrouk

Proposé par :

➤ Mosrati chaoufi

Devoir de synthèse n° 3

Direction régionale de l'éducation de Monastir
Mme Bourguiba Bembla

4) Soit C le cercle circonscrit au triangle ABC. Déterminer le centre Ω et le rayon r du cercle C.

3) Montrer que le tétraèdre ABCD est inscrit dans la sphère S.

Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre Ω et le rayon R .

2) Soit S l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 3 = 0$.

C) Vérifier que ABCD est un tétraèdre puis calculer son volume V .

B) Montrer qu'une équation du plan (ABC) est : $x + y + z - 5 = 0$.

1) a) Calculer le produit vectoriel : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$, en déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

considère les points A (2,0,3); B (3,2,0); C (2,3,0) et D (2,2,3)

On considère dans l'espace muni du repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On

Exercice : 2 (5 pts)

a) un point

b) deux points

c) $\emptyset$

droite D : $\begin{cases} x = \alpha + 1 \\ y = 2\alpha \\ z = -2\alpha + 1 \end{cases}$; $\alpha \in \mathbb{R}$ alors l'intersection de D et S est :

6) On considère la sphère S de centre $\Omega(1, -2, 1)$ et de rayon $\frac{3}{2}\sqrt{5}$ et la

a) 0

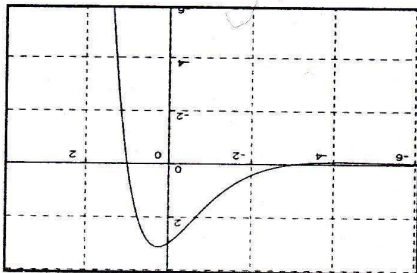
b) $+\infty$

c) $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} =$$

5) La courbe ci-contre est celle d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et admet
voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction (Y, Y) .

au



a) 1

b) $\frac{e-1}{2}$

c) $e-1$

4) La valeur moyenne sur $[0, 1]$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{1-x^2}$ est :

a) $x \mapsto x3^{x-1}$

b) $x \mapsto 3^x \ln x$

c) $x \mapsto e^{x \ln 3}$

3) La dérivée de la fonction $x \mapsto 3^x$ est la fonction

a) $[1, +\infty[$

b) $1, +\infty[$

c) $\mathbb{R}$

2) La fonction : $x \mapsto \int_x^{-1} \frac{dt}{\sqrt{t^2 + 1}}$ est définie sur :

a) Strictement positive

b) Strictement négative

c) Nulle.

1) $\int_1^{-1} te^{\cos t} dt$ est :

! Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
L'élève indiquera sur sa copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Exercice : 1 (3 pts)

Exercice 3 : (5points)

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x + \frac{2 \ln x}{x}$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. On admet que le tableau de variation de f est le suivant :

a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet

Dans $\mathbb{R}$ une unique solution α .

b) Montrer que $0,5 < \alpha < 1$.

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$			

3. a) Montrer que la droite $\Delta : y = x$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $+\infty$.

b) Etudier la position de (C_f) par rapport à Δ .

4. Tracer Δ et (C_f) .

5. Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan limitée par Δ , (C_f) et les droites d'équations : $x=1$ et $x=e$.

Exercice 4 : (5points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + x + e^x$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1/ a) Montrer que pour tout réel x : $f'(x) > 1$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

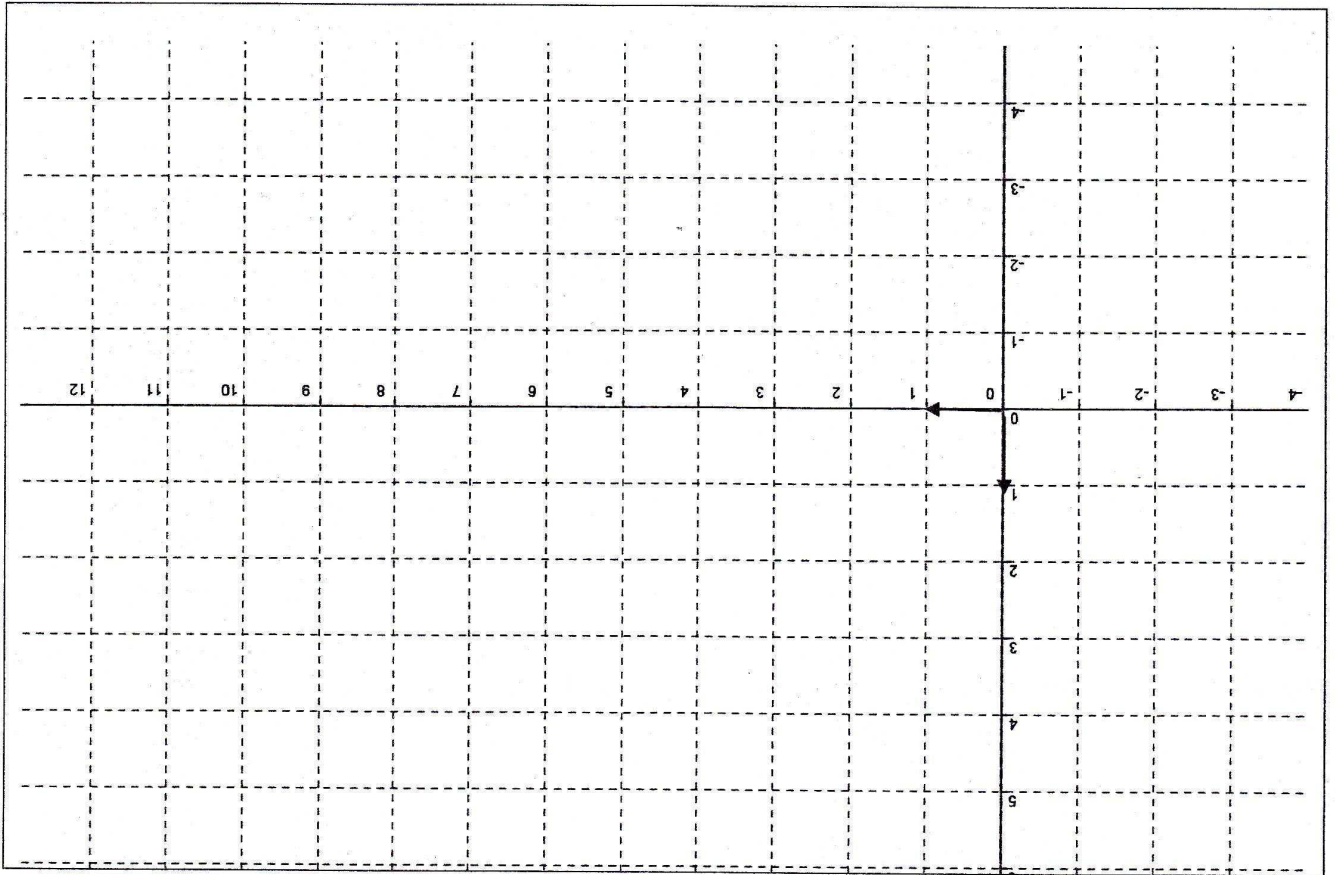
2/a) Montrer que $\Delta : y = x + 1$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$.

b) Etudier la position de (C_f) par rapport à Δ .

3/ Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter le résultat graphiquement.

4/a) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α et que $-2 < \alpha < -1$.



Question : 1	Question : 2	Question : 3	Question : 4	Question : 5	Question : 6
--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------

Nom : Prénom : Classe : 4 Technique :

Feuille à rendre

Prof. Mosrati+Aqech	Sujet proposé (2011)	DEVOIR DE SYNTHESE N.3
EPREUVE : MATHÉMATIQUES	DURÉE : 3 heures	COEFFICIENT : 3
SECTION : SCIENCES TECHNIQUES		